

# Equazioni di secondo grado



# ***EQUAZIONI COMPLETE***

*La forma normale di un'equazione di 2° grado completa è:*

$$a x^2 + b x + c = 0$$

*con  $a, b, c$  numeri reali e  $a \neq 0$*



# ***FORMULA RISOLUTIVA***

*Per risolvere un'equazione di secondo grado completa si applica la **formula**:*

$$**x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}**$$

*L'espressione che appare sotto il segno di radice*

$$**b^2 - 4ac**$$

*si chiama **discriminante** dell'equazione e si indica con la lettera greca  $\Delta$  ( delta ).*

# ***SIGNIFICATO DEL DISCRIMINANTE***

*Il segno di  $\Delta$  determina le soluzioni di un'equazione di secondo grado*

Se  $\Delta > 0$  *l'equazione ammette due soluzioni reali e distinte*  $x_1 \neq x_2 \in R$

Se  $\Delta = 0$  *l'equazione ammette due soluzioni reali e coincidenti*  $x_1 = x_2 \in R$

Se  $\Delta < 0$  *L'equazione non ammette Soluzioni in R*  $\emptyset$

## ESEMPIO 1

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$\Delta > 0$

$x_1 = 1$

$x_2 = 3$

**DUE SOLUZIONI REALI E DISTINTE**

## ***ESEMPIO 2***

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$a = 1, b = 6, c = 9$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2}$$

$\Delta = 0$

$x_1 = 2$

$x_2 = 2$

***DUE SOLUZIONI REALI E COINCIDENTI***

## ***ESEMPIO 3***

$$x^2 + x + 5 = 0$$

$$a = 1, b = 1, c = 5$$

$$\Delta < 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-19}}{2}$$

**EQUAZIONE IMPOSSIBILE IN R**

# Esercizi da svolgere

1.  $x^2 - 2x - 8 = 0$
2.  $15x^2 - 7x - 4 = 0$
3.  $x^2 + 4x - 12 = 0$
4.  $x^2 - 6x + 9 = 0$
5.  $x^2 - 8x + 7 = 0$
6.  $5x^2 - 3x - 2 = 0$
7.  $3x^2 + 5x + 42 = 0$
8.  $9x^2 + 15x - 6 = 0$
9.  $25x^2 - 100x + 64 = 0$
10.  $9x^2 + 12x - 12 = 0$

**Clicca**  
per  
vedere  
le  
soluzioni

1.  $x_1 = -2$        $x_2 = 4$
2.  $x_1 = -1/3$        $x_2 = 4/5$
3.  $x_1 = 2$        $x_2 = -6$
4.  $x_1 = x_2 = 3$
5.  $x_1 = 7$        $x_2 = 1$
6.  $x_1 = 1$        $x_2 = -2/5$
7. impossibile
8.  $x_1 = -2$        $x_2 = 1/3$
9.  $x_1 = 4/5$        $x_2 = 16/5$
10.  $x_1 = -2$        $x_2 = 2/3$



# ***EQUAZIONI INCOMPLETE***

Se  $b = 0$   
l'equazione  
diventa

$$a x^2 + c = 0$$

e si chiama  
equazione **PURA**

Se  $c = 0$   
l'equazione  
diventa

$$a x^2 + bx = 0$$

e si chiama  
equazione **SPURIA**

# ***EQUAZIONI PURE***

*Le equazioni **pure** si risolvono isolando il termine con l'incognita:*

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = -c$$

$$x = \pm\sqrt{-c/a}$$

# ***ESEMPI di equazioni pure***

1.

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

2.

$$25x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4/25$$

$$x = \pm 2/5$$

3.

$$x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = -9$$

$$x = \pm\sqrt{-9}$$

***Equazione  
impossibile***

***Le soluzioni di un'equazione pura, se esistono, sono numeri opposti.***

# Esercizi da svolgere

## equazioni pure

1.  $x^2 = 49$

2.  $x^2 - 36 = 0$

3.  $x^2 - 625 = 0$

4.  $10x^2 - 1000 = 0$

5.  $3x^2 - 75 = 0$

6.  $8x^2 - 32 = 0$

7.  $12x^2 - 1200 = 0$

8.  $2x^2 + 28 = 0$

9.  $3x^2 = -27$

10.  $2x^2 - 32 = 0$

**Clicca**  
per  
vedere  
le  
soluzioni

1.  $x = \pm 7$

2.  $x = \pm 6$

3.  $x = \pm 25$

4.  $x = \pm 10$

5.  $x = \pm 5$

6.  $x = \pm 2$

7.  $x = \pm 10$

8. impossibile

9. impossibile

10.  $x = \pm 4$



# ***EQUAZIONI SPURIE***

*Le equazioni spurie si risolvono raccogliendo  $x$  ed applicando la legge di annullamento del prodotto, secondo la quale il prodotto di due fattori è zero se almeno uno di essi è zero.*

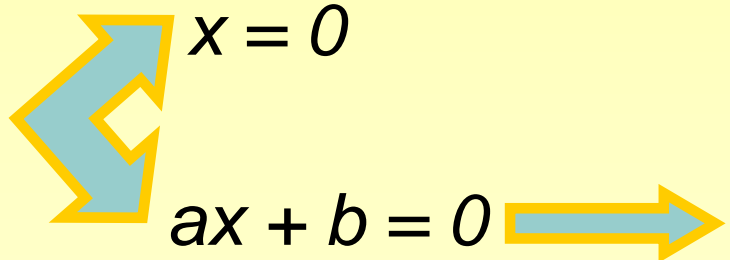
$$ax^2 + bx = 0$$

$$x = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

$$ax + b = 0$$

$$x = -b/a$$



# ***ESEMPI di equazioni spurie***

1.

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x - 4 = 0 \longrightarrow x_2 = 4$$

2.

$$3x^2 + 5x = 0$$

$$x(3x + 5) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$3x + 5 = 0 \longrightarrow x_2 = -5/3$$

*L'equazione spuria ha due soluzioni reali una delle quali sempre uguale a zero*

# Esercizi da svolgere

## equazioni spurie

1.  $3x^2 - 4x = 0$
2.  $8x^2 - 32x = 0$
3.  $25x^2 + 5x = 0$
4.  $7x^2 - 2x = 0$
5.  $9x^2 - 36x = 0$
6.  $12x^2 + x = 0$
7.  $7x^2 - 56x = 0$
8.  $2x^2 + 14x = 0$
9.  $4x^2 - 6x = 0$
10.  $5x^2 + 5x = 0$

**Clicca**  
per  
vedere  
le  
soluzioni

1.  $x = 0$        $x = 4/3$
2.  $x = 0$        $x = 4$
3.  $x = 0$        $x = - 1/5$
4.  $x = 0$        $x = 2/7$
5.  $x = 0$        $x = 4$
6.  $x = 0$        $x = - 1/12$
7.  $x = 0$        $x = 8$
8.  $x = 0$        $x = -7$
9.  $x = 0$        $x = 3/2$
10.  $x = 0$        $x = - 1$

# IN SINTESI

$$ax^2 + bx + c = 0$$

	<i>Nome equazione</i>	<i>Soluzioni</i>	<i>Tipo di soluzioni</i>
$b \neq 0, c \neq 0$	<i>completa</i>	$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$	<i>Se <math>\Delta &gt; 0</math> reali distinte Se <math>\Delta = 0</math> reali coincidenti Se <math>\Delta &lt; 0</math> nessuna soluzione</i>
$b = 0, c \neq 0$	<i>pura</i>	$x = \pm \sqrt{-c/a}$	<i>Se esistono, sono opposte</i>
$b \neq 0, c = 0$	<i>spuria</i>	$x_1 = 0$ $x_2 = -b/a$	<i>Reali distinte</i>