Classificazione delle funzioni matematiche

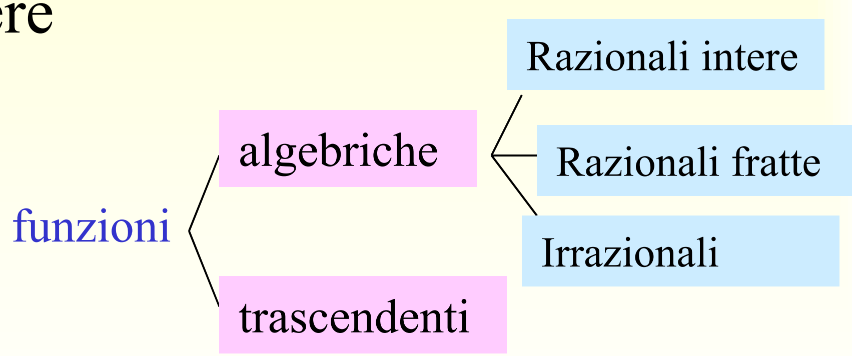
Prof.ssa Maddalena Dominijanni

Tipi di funzione

Una funzione si dice **algebrica** se ridotta in forma implicita, si presenta sotto forma di un polinomio.

Per **grado** di una funzione algebrica si assume quello del polinomio.

Le funzioni **algebriche** possono essere **razionali** (intere o fratte) o **irrazionali.**



Tutte le funzioni non algebriche (funzioni logaritmiche, esponenziali, goniometriche) si diranno funzioni **trascendenti.**

Dominio e codominio di una funzione

Il **dominio** o **insieme di esistenza** o **insieme di definizione**, di una funzione è l'insieme dei valori che può assumere la variabile indipendente affinché risultino reali e finiti i corrispondenti valori della variabile dipendente.

L'insieme dei valori reali assunti dalla *variabile dipendente y* costituisce il **codominio** della funzione.

Determinare il Dominio di una funzione

1) L'insieme di definizione di una funzione del tipo y = f(x), dove f(x) è un **polinomio intero**, è costituito da tutti i numeri reali che vanno da **-∞ a +∞ , (-∞ , +∞) ,** cioè la funzione è definita $\forall$ **x** $\in$ **R.**

Es. y = x^2 -2x+1 è una funzione *algebrica razionale intera* di 2° grado definita $\forall$ **x** $\in$ **R.**

2) Tutte le funzioni espresse da **polinomi fratti** (**x al denominatore**) risultano definite per tutti i valori di x, **tranne per quelli che annullano il denominatore.**

Es. $y = \frac{x}{x^2 - 4}$ è una funzione *algebrica razionale fratta* e il dominio sarà:

$D = \{x \in R\colon\ x^2 - 4 \neq 0\}$ cioè $D = \{x \in R\colon\ x \neq \pm 2\}$

3) Una funzione del tipo $y = \sqrt[2n]{f(x)}$ (radice di indice pari) risulta definita per quei valori della x per i quali risulti **f(x)** ≥ 0 .

Es. $\sqrt[4]{3 - x}$ è una funzione *algebrica irrazionale intera* di indice pari, il radicando deve essere ≥ 0 , quindi il dominio sarà:

$D = \{x \in R\colon\ 3 - x \geq 0\}$ cioè $D = \{x \in R\colon\ x \leq 3\}$.

Es. $y = \sqrt{\frac{x}{x - 1}}$ è una funzione algebrica irrazionale fratta di indice pari, il radicando deve essere ≥ 0 , quindi il dominio sarà:

$D = \left\{x \in R\colon \frac{x}{x - 1} \geq 0\right\}$ cioè $D = \{x \in R\colon\ x \leq 0 \ e\ x > 1\}$.

4) Una funzione del tipo y = log[(f(x)] è definita per i valori di x per cui risulti **f(x) >0**

Es. y = log(3-x) funzione trascendente logaritmica, l'argomento deve essere > 0.

$D = \{x \in R\colon\ 3 - x > 0\}$ cioè $D = \{x \in R\colon\ x < 3\}$.

QUADRO RAGIONATO PER DETERMINARE IL DOMINIO DI FUNZIONI

		TIPO DI FUNZIONE	ESEMPIO	CRITERIO PER DETERMINARE IL DOMINIO	DOMINIO
Funzioni algebriche razionali	1	Funzione algebrica razionale intera	$y=3x^5-x^3+1$	Tutti i valori della x rendono reale la funzione	D≡R
	2	Funzione algebrica razionale fratta	$y=\frac{x^2-x}{x^3-1}$	Il denominatore deve essere diverso da zero	D≡R-{1}
Funzioni algebriche irrazionali	3	Funzione algebrica irrazionale di indice pari	$y=\sqrt{x^2-1}$	Il radicando deve essere ≥ 0	$x^2-1\geq 0$ $x\leq -1$ e $x\geq 1$ D≡]-∞;1]U[1;+∞[
	4	Funzione algebrica irrazionale di indice dispari	$y=\sqrt[3]{x^2-1}$	Tutti i valori della x rendono reale la funzione	D≡R
Funzioni trascendenti non goniometriche	5	Funzione trascendente esponenziale	$y=2^x$	Tutti i valori della x rendono reale la funzione (a meno che l'esponente sia uno dei casi precedenti o successivi)	D≡R
	6	Funzione trascendente logaritmica	y = log(x-2)	L'argomento del logaritmo deve essere positivo	$x-2>0 \rightarrow x>2$ D≡]2;+∞[
Funzioni trascendenti goniometriche	7	Funzione seno	y = senx	Tutti i valori della x rendono reale la funzione (a meno che l'argomento sia uno dei casi precedenti o successivi)	D≡R
	8	Funzione coseno	y = cosx	Tutti i valori della x rendono reale la funzione (a meno che l'argomento sia uno dei casi precedenti o successivi)	D≡R
	9	Funzione tangente	y = tgx	Sono da escludere i valori in cui la tangente diventa ∞	D≡R-{(k + ½)π} k=0;1;2;3…
	10	Funzione cotangente	y = cotgx	Sono da escludere i valori in cui la cotangente diventa ∞	D≡R-{kπ} k=0;1;2;3…

Prof.ssa Maddalena Dominijanni